

基于全相位沃尔什内插核的图像插值

何宇清 侯正信

(天津大学电子信息工程学院, 天津 300072)

摘要 好的内插模板是放大后图像失真小的关键。全相位数字滤波器是一种新型的线性相位滤波器。依据全相位滤波理论,提出了 2 维 Walsh 内插模板,采用先对角线内插,再水平垂直内插的放大方法。将该方法同最近邻内插、双线性内插、三次样条内插进行了比较,实验结果表明,该方法计算简便,抗噪能力强。

关键词 全相位数字滤波器 内插 超分辨率

中图分类号: TN919.8 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2007)10-1865-04

Algorithm for All Phase Walsh Interpolation

HE Yu-qing, HOU Zheng-xin

(School of Electronic Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072)

Abstract Choosing a good Interpolating template is the key to better recover the subsampled image with low distortion. The All Phase Digital Filter is a new type of linear phase filter. According to All Phase theory, we propose 2-D Walsh interpolating template. Here a new method is applied: first diagonal interpolation, second horizontal interpolation and vertical interpolation. This algorithm has been compared with the nearest interpolation, bilinear interpolation, spline interpolation. Simulation results show this algorithm is with less computation complexity and can reduce the influences from noise.

Keywords all phase digital filter, interpolation, super resolution

1 引言

对数字图像进行放大,是多媒体技术和图像显示技术的一个重要课题,具有很高的实用价值。在图像时域超分辨率重建算法中,迭代算法的初始帧的重建,也是一个图像放大问题。图像放大的方法一般可以分成两种:传统插值方法(最近邻插值法、双线性插值法、三次样条插值^[1]等)和自适应方法。对于一帧图像,其放大操作需要利用原始数字图像的数据来确定放大后图像的数据,从理论上讲,如果原始图像的采样率足够高,那么无失真地重建原始图像数据的连续函数是可能的。然而,这样的重建工作需要一个无限大尺寸的滤波器,这是不可能实现的。在图像放大中,最近邻插值法是最简单,最容

易实现的,但该方法会在放大的图像中产生明显的锯齿形边缘和方块效应。双线性插值算法很好地解决了这种锯齿问题,然而,在放大后的图像中边缘变得模糊了。还有一些学者提出了基于高阶多项式的多项式内插算法,如三次样条插值和三次 B 样条插值,但是这些算法也只是轻微地改善了边缘模糊的问题。自适应插值法始于 20 世纪 80 年代末期,90 年代中后期发展迅速。自适应插值的出现主要是为了克服传统插值的缺点,它的基本思想是先对原始图像进行结构上的特性分析,然后针对不同的区域采取不同的方法进行插值。1993 年,Thurnhofer 等人^[2]提出了先计算局部区域内若干像素点的梯度值,并将这些梯度值量化,而后根据大多数量化梯度值确定的方向来判定边缘方向,再沿边缘方向插值。1996 年,他们又首次使用了局部边缘定位的方法进

基金项目:高等学校博士学科点专项科研基金项目(20060056051);天津市自然科学基金资助项目(07JCYBJC13800)

收稿日期:2007-07-15;改回日期:2007-07-25

第一作者简介:何宇清(1973 -),男,讲师。天津大学电信学院信号与信息处理专业在职博士研究生。主要研究方向为图像处理、数字电视。E-mail:heyuqing@tju.edu.cn

行内插^[3]。同年, Ting 等人也提出了一种采用局部边缘定位的自适应放大算法^[4], 文献[5]认为放大后图像的边缘方向和原图像边缘方向一致, 而图像的局部协方差包含了边缘方向的统计信息, 于是他们根据原始图像的局部协方差系数来调整内插系数, 以适应各方向的边缘。自适应算法的缺点是需计算梯度提取边缘, 运算量比较大, 对噪声敏感。本文提出的基于全相位 Walsh 内插核的图像放大方法计算简便, 抗噪能力强。

2 全相位 Walsh 滤波器及内插模板的设计

2.1 全相位滤波器理论

文献[6]提出了基于 DFT 的全相位数字滤波器的设计方法。同样, 基于 Walsh 变换也可设计一种全相位数字滤波器。离散 Walsh 变换列率滤波可由下式表示:

$$Y_L = C^T \{F \cdot CZ_L\} \quad (1)$$

其中, Z_L 是时域离散信号 $Z(n)$ 经方块化得到的第 L 段长度为 N 的数据向量, C 和 C^T 分别为 $N \times N$ 的 Walsh 变换和 Walsh 反变换矩阵, F 是长度为 N 的列率响应向量, \cdot 表示两向量对应元素相乘, Y_L 是滤波输出向量。将式(1)表示成分量形式有:

$$\begin{aligned} Y_L(i) &= \sum_{k=0}^{N-1} C^T(i, k) \left\{ F(k) \sum_{j=0}^{N-1} C(k, j) Z_L(j) \right\} \\ &= \sum_{j=0}^{N-1} Z_L(j) \sum_{k=0}^{N-1} C^T(i, k) C(k, j) F(k) \\ &= \sum_{j=0}^{N-1} H_i(j) Z_L(j) \quad i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2) \end{aligned}$$

其中,

$$H_i(j) = \sum_{k=0}^{N-1} C^T(i, k) C(k, j) F(k) \quad (3)$$

$$i, j = 0, 1, \dots, N-1$$

对于不同的方块起点存在 N 种不同的数据块, 它们都可以包含输入信号中的某点 $Z(n)$, 也就是说对应同一点 $Z(n)$, 可能出现 N 个不同的滤波值:

$$Y_0(N-1), Y_1(N-2), \dots, Y_{N-1}(0) \quad (4)$$

为获得全相位数字滤波特性, 取这 N 个可能的滤波值的均值作为 $Z(n)$ 的滤波响应 $Y(n)$, 得到:

$$Y(n) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} Y_i(N-1-i) \quad (5)$$

其中, $Y_i(N-1-i)$ 所对应的数据块为

$$[Z_i]^T = [Z(n-N+i+1), Z(n-N+i+2), \dots, Z(n+i+1), Z(n+i)]$$

参照文献[6], 得到:

$$Y(n) = \sum_{k=-N+1}^{N-1} Q(k) Z(n-k) = Q(n) * Z(n) \quad (6)$$

其中

$$\begin{cases} Q(k) = \frac{1}{N} \sum_{m=k}^{N-1} H_m(m-k) & 0 \leq k \leq N-1 \\ Q(-k) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1-k} H_m(m+k) & 0 \leq k \leq N-1 \end{cases} \quad (7)$$

基于 Walsh 变换的全相位数字滤波器就可简化为时域的并元卷积形式。

2.2 2 维全相位 Walsh 内插模板设计

依据全相位滤波理论, 2 维 Walsh 列率数字滤波器^[7]由正反离散 Walsh 变换组成。

由离散卷积定理, 在列率域的乘积:

$$B(u, v) = A(u, v) H(u, v) \quad (8)$$

等于在时域的并元卷积:

$$b(x, y) = a(x, y) \Theta h(x, y) \quad (9)$$

式中:

$$B(u, v) \leftrightarrow b(x, y) \quad A(u, v) \leftrightarrow a(x, y) \quad (10)$$

上式 \leftrightarrow 两边的量互为 Walsh 变换。故矩阵中的每一个元素 $b(x, y)$ 可表示为

$$b(x, y) = \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} a(m, n) h(x \Theta m, y \Theta n) \quad (11)$$

2 维标准低通列率滤波器的传输函数可用 2 维矩阵表示如下:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1/2 \\ 1 & 1 & 1/2 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

H 的 2 维 Walsh 逆变换 h 等于:

$$h = 2 \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

例如, 输入图像 4 阶矩阵块为

$$a = \begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & a_{0,2} & a_{0,3} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,0} & a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,0} & a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \end{bmatrix} \quad (14)$$

将输入矩阵代入式(11), 可得输出矩阵 b , 其中,

$$\begin{aligned}
 b(0,0) &= \sum_{m=0}^3 \sum_{n=0}^3 a(m,n)h(0\oplus m,0\oplus n) \\
 &= 4a(0,0) + 2a(0,1) + 2a(1,0) + a(0,3) + \\
 &\quad a(3,0) - a(1,2) - a(2,1) \quad (15)
 \end{aligned}$$

对于图像中某点,与它相关的所有块(对 4×4 矩阵共 16 块)作为输入时对应它在块中不同位置的 16 个输出都可以求出,这些输出和的平均就是全相位处理的实际输出,即

$$\hat{b} = \sum_{x=0}^3 \sum_{y=0}^3 b(x,y) \quad (16)$$

这样得到一个 7×7 的矩阵 T :

$$T = \frac{1}{32} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 5 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & 16 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 5 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

该矩阵就是 7 阶全相位 Walsh 内插模板,内插时原图像补 0 内插,根据放大倍数的大小,调整滤波模板,内插分为两步,先把滤波模板旋转 45° ,进行对角线内插,再进行水平垂直内插。

3 实验结果及分析

用 Lena 256×256 的图像进行 $1/4$ 抽取,即行列都按 $1/2$ 抽取得到 128×128 的图像,再利用式(17)的 7 阶内插模板,以及此式旋转 45° 的 11 阶模板进行内插放大,图 1 是未加噪声的结果比较。

表 2 为无噪声;在 Lena 256×256 上添加均值为 0,方差为 0.01 的 Gauss 噪声;添加噪声密度为 0.05 的椒盐噪声;添加泊松噪声的峰值信噪比 PSNR 实验比较结果。

表 2 PSNR 比较
Tab.2 PSNR compared

PSNR	无噪声	Gauss 噪声	椒盐噪声	泊松噪声
最临近	24.25	17.29	15.94	21.78
双线性	25.55	18.46	17.11	23.00
三次样条	27.84	18.48	16.97	23.91
全相位 Walsh	28.02	19.12	17.63	24.40

通过比较,可以看出全相位方法的抗噪声能力强,这和全相位滤波的基本思想是有关的,全相位模



图 1 未加噪图像
Fig.1 No noise image

板设计考虑了周围像素的影响。全相位内插使用一个模板进行运算,不需要进行像素间的梯度运算,也不需要提取边缘,它的运算处理比自适应内插方法简便。

4 结论

基于全相位理论,提出了用于图像放大的 Walsh 内插模板,利用先对角线内插,再水平垂直内插的方法进行内插。实验结果表明,这种方法抗噪能力强,计算简便。

参考文献 (References)

1 Castleman K R. Digital Image Processing [M]. Translated by Zhu

- Zhi-gang, Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002: 176 ~ 210. [Caatleman K R 著. 数字图像处理[M]. 朱志刚译. 北京: 电子工业出版社, 2002; 176 ~ 210.]
- 2 Stefan Thurnhofer, Michael Lightstone, Sanjit K Mitra. Adaptive interpolation of images with application to interlaced-to-progressive conversion[A]. In: Proceedings of SPIE Visual Communications and Image Processing '93[C], Cambridge, Massachusetts, USA, 1993, 2094: 614 ~ 625.
- 3 Thurnhofer S, Mitka S K. Edge-enhanced image zooming[A]. In: SPIE Proceedings of the European Signal Processing Conference[C], Grenoble, France, 1996: 1445 ~ 1448.
- 4 Ting H C, Hang H M. Spatially adaptive interpolation of digital images using fuzzy inference[A]. In: Proceedings of the SPIE Visual Communications and Image Processing '96 [C], San Jose, CA, USA, 1996, 2727(3): 1206 ~ 1217.
- 5 Li Xin, Michael T Orchard. New edge-directed interpolation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(10): 1521 ~ 1527.
- 6 Hou Zheng-xin, Wang Zhao-hua, Yang Xi. Design and implementation of all phase DFT digital filter[J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(4): 539 ~ 543. [侯正信, 王兆华, 杨喜. 全相位 DFT 数字滤波器的设计与实现[J]. 电子学报, 2003, 31(4): 539 ~ 543.]
- 7 Wang Zhao-hua. The Way of Computer Image Processing [M]. Beijing: Publishing House of Yuhang, 1993: 32 ~ 38. [王兆华. 计算机图像处理方法[M]. 北京: 宇航出版社, 1993: 32 ~ 38.]